

AKTIVNO UPRAVLJANJE VIBRACIJAMA OKVIRA

SLOBODAN B. FURUNDŽIĆ
DEJAN LJ. MILUTINOVIĆ

ORIGINALNI NAUČNI RAD
UDK: 624.072.336:007.5:517.935=861

1. UVOD

Upravljanje konstrukcijama [14], gde se problemi dinamike konstrukcija [4] rešavaju primenom teorije upravljanja [1], predstavlja novu interdisciplinarnu oblast građevinske tehnike [5]. Započeto s pionirskom idejom (Yao, 1972) [15], aktivno upravljanje građevinskim konstrukcijama intenzivno se teorijski i eksperimentalno istražuje u svetu, naročito poslednje decenije [14]. U danas već obimnoj inostranoj literaturi, međutim, još nema dovoljno numeričkih primera.

Predmet ovog rada je prikaz teorije upravljanja, pomoću aktivnih kablova, vibracijama okvira usled dinamičkog pomeranja oslonaca. Primena izložene teorije pokazana je na numeričkom primeru aktivnog upravljanja horizontalnim pomeranjem prečke betonskog okvira, čija osnova je pobuđena najpre pravougaonim impulsom ubrzanja, a zatim akceleroграмom zemljotresa.

Prethodni nezavisni radovi, iz dinamike konstrukcija [6, 7] i, s druge strane, iz teorije upravljanja [10], podstakli su autore da zajednički otpočnu sopstveno istraživanje [8, 11, 9, 12], čiju sintezu predstavlja ovaj rad. Ideju da se aktivno upravljanje vibracijama betonskog okvira realnih dimenzija analizira numerički, dalo je ispitivanje modela čeličnog okvira [3].

Numerička analiza aktivnog upravljanja nekom građevinskom konstrukcijom objavljena u nas, pre radova [8, 11], nije autorima poznata. Ako ovaj rad, koji objedinjuje prvi pokušaj [8, 11] sa daljom razradom [9] i dopunom [12], pobudi interes naših građevinskih inženjera za aktivno upravljanje vibracijama konstrukcija, svoje volonterско istraživanje autori će smatrati opravdanim.

2. AKTIVNO UPRAVLJANJE KONSTRUKCIJOM

Pojava automatskih elektronskih cifarskih računara, krajem pedesetih godina ovog veka, uticala je presudno na dalji razvoj teorije građevinskih konstrukcija. Nastale

su nove oblasti istraživanja, od kojih su dve posebno značajne.

Prvu oblast istraživanja čine *matrični numerički postupci* teorije konstrukcija, među kojima je metod konačnih elemenata najvažniji za praksu. Istraživanja numeričkih postupaka, započeta pedesetih godina, vršena su u velikom obimu šezdesetih i sedamdesetih. Uporedo sa razvojem personalnih računara i grafičkih programa, tokom osamdesetih i devedesetih godina numerički postupci našli su veliku primenu u projektantskoj praksi. Istraživanja numeričkih postupaka danas su, smatra se, zaokružena u velikoj meri.

Druga važna oblast istraživanja je *aktivno upravljanje konstrukcijama*, koje predstavlja revolucionarnu novinu u građevinskoj tehnici. Istraživanja aktivnog upravljanja konstrukcijama, započeta sedamdesetih, naglo se razvijaju osamdesetih i devedesetih godina. Međutim, mnogi problemi aktivnog upravljanja konstrukcijama još su otvoreni, kako teorijski, tako i eksperimentalno. U bliskoj budućnosti građevinski konstruktori često će, može se s velikom izvesnošću reći, koristiti aktivno upravljanje, ne samo kada projektuju nove objekte, već i kada rehabilituju stare građevine i istorijske spomenike.

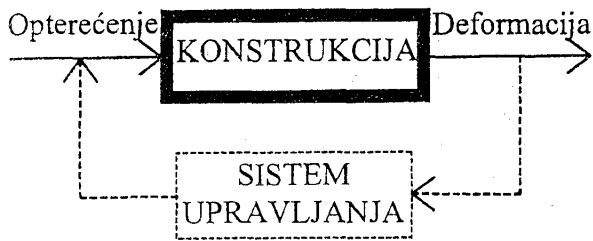
Pod dejstvom snažnog dinamičkog opterećenja, kao što je udar vetra ili pak pomeranje tla pri zemljotresu, građevinska konstrukcija počinje da vibrira. Cilj upravljanja konstrukcijom je da se smanje nepoželjne vibracije, odnosno dinamičke deformacije i naprezanja konstrukcije.

Kada se problemi dinamike konstrukcija posmatraju sa stanovišta teorije sistema [7], ideja aktivnog upravljanja konstrukcijom može da se prikaže pomoću *blok-šeme* na slici 1, gde je konstrukcija označena sa punim linijama, a sistem upravljanja sa isprekidanim linijama.

Kod *konstrukcije bez upravljanja* postoji *otvorena veza*: *operećenje (ulaz)* – konstrukcija (*sistem*) – *deformacija (izlaz)*, prikazana na slici 1 sa punim linijama.

Upravljanje konstrukcijom (engl. structural control) ostvaruje se tako što se *konstrukciji* (engl. structure) *odaje sistem upravljanja* (engl. control system). Pri tome, tzv. *aktivno upravljanje* (engl. active control) sadrži *povratnu spregu* (engl. feed back), prikazanu na slici 1 sa isprekidanim linijama, a zaheva spoljašnji izvor energije.

Adresa autora: mr Slobodan B. Furundžić, dipl. građ. inž., Viša građevinsko-geodetska škola, Beograd, Hajduk Stankova 2; mr Dejan Lj. Milutinović, dipl. el. inž., Institut "Mihajlo Pupin", Beograd, Volgina 15.



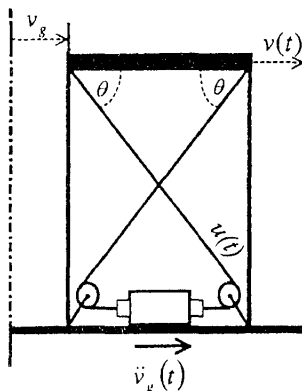
Slika 1. Šema upravljanja konstrukcijom

Kod konstrukcije sa upravljanjem javlja se zatvorena veza, jer opterećenje i deformacija su spregnuti ne samo preko konstrukcije, već su i povratno spregnuti preko sistema upravljanja.

3. DINAMIČKI MODEL OKVIRA

Okvir je, kao što je poznato iz teorije konstrukcija, nosač koji čini otvoren ili zatvoren niz kruto povezanih pravih ili krivih štapova, koji se nalaze u ravni ili prostoru. Ravanski otvoreni okviri sa pravim štapovima koriste se kod raznih građevinskih objekata, obično kao glavni konstruktivni elementi, ređe kao sekundarni. Ovakvi prizemni okviri se, na primer, sreću kod zgrada i industrijskih objekata, a primenjuju se u betonskim, čeličnim i drvenim konstrukcijama.

Posmatra se ravanski prizemni ukliješteni okvir (slika 2), sa horizontalnom prečkom i vertikalnim stubovima, koji je u svojoj ravni ukrućen sa dva ukrštena tzv. aktivna prednapregnuta kabla [3]. Dinamičko opterećenje okvira je horizontalno pomeranje oslonaca, odnosno osnove (tla).



Slika 2. Okvir sa aktivnim kablovima

Pretpostavlja se: (1) da je celokupna masa okvira koncentrisana u prečki; (2) da je prečka apsolutno kruta, dok su stubovi aksijalno kruti, a savitljivi u bočnom pravcu; (3) da viskozno prigušenje adekvatno zamenjuje mehanizam rasipanja (disipacije) energije. Sa prethodnim pretpostavkama, dinamički model okvira je sistem sa jednim stepenom slobode.

Primenom D'alambertovog (D'Alambert) principa, za okvir kao sistem sa jednim stepenom slobode dobija se diferencijalna jednačina kretanja:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = -(2c\cos\theta)u(t) - m\ddot{v}_g(t) \quad (1)$$

Ovde su: m – masa, c – prigušenje, k – krutost okvira, v – relativno horizontalno pomeranje prečke, u – aktivna sila

u kablovima, θ – ugao između kabla i horizontale, v_g – horizontalno ubrzanje tla, t – vreme. Uobičajeni indeks: g – potiče iz engleskog (ground – tlo), a izvod po vremenu označen je tačkom.

U jednačini (1) i dalje u ovom radu se, treba istaći, koristi sila u kablovima (u), kao fizička veličina bliža konstruktorskoj praksi. To je osnovna razlika u odnosu na prilaz u radu [3], gde umesto sile u kablovima se, preko zadate krutosti kabla, koristi pomeranje kabla.

Neka su uz jednačinu (1) zadati nehomogeni početni uslovi:

$$v(0) = v_0; \quad \dot{v}(0) = \dot{v}_0 \quad (2)$$

Posmatrani problem vibracija okvira, koji je u dinamici konstrukcija [4] opisan sa jednačinom kretanja (1), može u teoriji sistema da se, na drugi način [7], opiše sa jednačinom stanja, koja se dalje koristi u teoriji upravljanja [1].

Kada se odrede sopstvena frekvencija (ω) i koeficijent prigušenja (ζ):

$$\omega = \sqrt{k/m}; \quad \zeta = c/(2m\omega) \quad (3)$$

iz jednačine (1) dobija se:

$$\ddot{v} + 2\zeta\omega\dot{v} + \omega^2v = -(2m^{-1}\cos\theta)u(t) - \ddot{v}_g(t) \quad (4)$$

Ako se za promenljivu stanja usvoji [7] vektor:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ v \end{bmatrix} \quad (5)$$

iz jednačine (4) nalazi se matricna diferencijalna jednačina stanja:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}\ddot{v}_g(t) \quad (6)$$

gde su:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega & -\omega^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2m^{-1}\cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Uz jednačinu (6), shodno izrazima (2) i (5), početni uslov je:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (8)$$

Lako se, saglasno vezi (5), nalazi pomeranje:

$$v(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (9)$$

gde je:

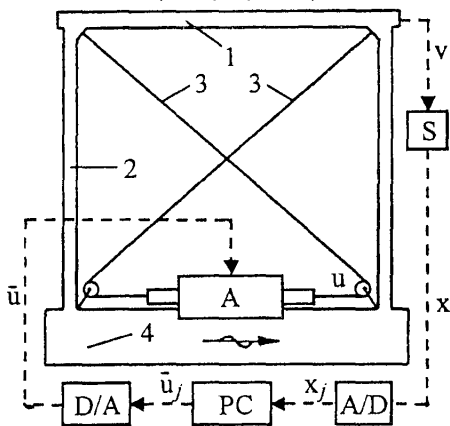
$$\mathbf{C} = [0 \ 1] \quad (10)$$

Problem vibracija formulisan je prvo sa jednačinom (1) i uslovima (2), a zatim sa jednačinom (6) i uslovom (8). U ovoj drugoj formulaciji, komponente vektora stanja (5) predstavljaju ujedno i odgovor konstrukcije. Za razliku od dinamike konstrukcija, u elektrotehnici nije čest slučaj da stanje i izlaz sistema su određeni jednim istim vektorom.

Cilj upravljanja deformacijom okvira (slika 2) je da se, na osnovu merenja i pomoću povratne sprege, dinamičkim menjanjem aktivne sile u kablovima smanjuje horizontalno pomeranje prečke okvira, koje nastaje usled dinamičkog pomeranja oslonaca.

4. SISTEM UPRAVLJANJA OKVIROM

Funkcionisanje sistema aktivnog upravljanja deformacijom okvira može da se opiše pomoću slike 3, gde je šematski prikazan ravanski okvir sa prednapregnutim kablovima i sistemom upravljanja sa povratnom spregom.



Slika 3. Sistem upravljanja okvirom.

Oznake: 1 – prečka, 2 – stub, 3 – kabl, 4 – temelj; S – merač, A/D i D/A – pretvarači, PC – upravljač, A – pokretač.

Osnovni delovi sistema upravljanja jesu tri uređaja:

- merač
- upravljač
- pokretač.

Merač (engl. sensor) je uređaj za kontinualno merenje odgovora konstrukcije. Odgovor čine relativno horizontalno pomerenje prečke okvira i odgovarajuća brzina, koji ujedno predstavljaju komponente vektora promenljive stanja. Na osnovu tih izmerenih veličina, merač stvara analogni električni signal. Ovaj signal se, preko analognog-digitalnog (A/D) pretvarača (engl. converter), transformiše u vremenski niz binarnih brojeva, koji se šalje upravljaču.

Upravljač (engl. controller) je uređaj za upravljanje, a to je danas redovno računar. Iz primljenog ulaza računarsračunava, preko algoritma upravljanja, izlazni niz binarnih brojeva, koji određuje potrebno dejstvovanje aktivne sile u kablovima. Ovaj niz brojeva se, preko digitalno-analognog (D/A) pretvarača, transformiše u analogni signal, koji se šalje pokretaču.

Pokretač (engl. actuator) je izvršni uređaj, a to je obično elektrohidraulični servomehanizam [5]. Na osnovu primljenog analognog signala, pokretač pravovremeno proizvodi potrebnu aktivnu silu u kablovima.

Iako pethodno opisani delovi sistema upravljanja imaju teorijski jasnu ulogu, fizička realizacija odgovarajućih uređaja zahteva rešavanje praktičnih problema. Na primer, kod merača i pokretača su, pored tačnosti, važne dinamičke karakteristike uređaja. Prespor merač unosi sopstvenu dinamiku, a prebrz merač unosi neželjeni šum u analogni signal. Izbor pokretača zavisi ne samo od najveće sile koju uređaj može da postigne, već i od vremena potrebnog za postizanje ove sile.

Računar izvršava upravljački program, koji je sačinjen na osnovu algoritma upravljanja. Softverska realizacija algoritma upravljanja je povoljna, jer omogućava jednostavne izmene, kako ulaznih podataka, tako i strukture algoritma i njegovih parametara.

5. OPTIMALNO UPRAVLJANJE OKVIROM

Za okvir sa aktivnim kablovima (slika 2), kome je pridružen sistem upravljanja (slika 3), treba da se teorijski formuliše upravljanje.

Projektovanje algoritma upravljanja, poznato kao tzv. *sinteza regulatora*, vrši se na osnovu teorije upravljanja. Sintagma "sinteza regulatora" potiče iz elektrotehnike, gde označava izradu analognog upravljačkog uređaja. Iako su analogne uređaje danas potisnuli mikroprocesorski računari, pomenutu sintagmu elektro inženjeri i dalje koriste u automatici.

Pogodno je da upravljanje okvirom bude *optimalno*. Taj zadatak može, relativno jednostavno, da se reši primenom teorije linearnog optimalnog upravljanja i integralnog kvadratnog kriterijuma [1]. Ova teorija i kriterijum već su korišćeni u radu [3], gde su analitički dobijeni rezultati potvrđeni rezultatima ispitivanja modela čeličnog okvira.

Iz prikaza sistema upravljanja okvirom (slika 3) vidi se da potrebnu aktivnu silu (u) upravljač određuje zavisno od pomeranja (v) i brzine (\dot{v}) prečke okvira, koji se mere, a nezavisno od horizontalnog ubrzanja (\dot{v}_g) oslonca okvira, koje se ne meri. Algoritam upravljanja zato se, saglasno izrazima (6) i (8), projektuje za sistem sa povratnom spregom (slika 3) koji ima uslov:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (11)$$

Ovde su \mathbf{x} , \mathbf{A} , \mathbf{B} definisani izrazima (5) i (7), a aktivna sila je vektor $\mathbf{u}(t)$ sa jednim elementom $u(t)$. Vektor $\mathbf{u}(t)$ u izrazu (11) je, umesto skalara $u(t)$ u izrazu (6), uveden radi opštosti formulacije.

Prema teoriji linearnog optimalnog upravljanja [1], aktivna sila $\mathbf{u}(t)$ treba, na osnovu merenog odgovora $\mathbf{x}(t)$, da se odredi tako da skalarni funkcional $I(\mathbf{u})$:

$$I(\mathbf{u}) = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (12)$$

bude minimalan za uslov (11). U izrazu (12), \mathbf{Q} i \mathbf{R} su kvadratne matrice reda saglasnog redu vektora \mathbf{x} i \mathbf{u} , respektivno, a slovo T označava transpoziciju. Integral $I(\mathbf{u})$ računa se za interval vremena $[0, \infty]$.

Kriterijum (12) za uslov (11) može, na drugi način, da se objasni korišćenjem terminologije teorije upravljanja. Naime, *upravljačko dejstvo* $\mathbf{u}(t)$ treba na osnovu merenog izlaza $\mathbf{x}(t)$ odrediti tako da *indeks performanse* $I(\mathbf{u})$ definisan preko *integralnog kvadratnog kriterijuma* (12) bude minimalan, a pri tome da uslov (11) bude po $\mathbf{x}(t)$ i $\mathbf{u}(t)$ zadovoljen.

Matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} u kriterijumu (12) nazivaju se *težinske matrice*. Ovaj naziv ima simboličan smisao. Naime, kao što: "veća težina više smanjuje pritisnuto", tako i u kriterijumu (12): veći elementi težinske matrice (npr. \mathbf{Q}) više smanjuju elemente vektora (\mathbf{x}) uz nju.

U postupku traženja minimuma funkcionala (12), elementima matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} dodeljuju se vrednosti prema težini, koja se daje smanjenjima odgovora \mathbf{x} i aktivne sile \mathbf{u} . Ako se elementima matrice \mathbf{Q} dodele veće vrednosti, nego elementima matrice \mathbf{R} , tada se više smanjuje odgovor \mathbf{x} , nego aktivna sila \mathbf{u} , a važi i obrnuto. Variranjem odnosa veličina elemenata matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} u kriterijumu (12), može da se nađe algoritam upravljanja kod koga su dobro usaglašena smanjenja odgovora \mathbf{x} i aktivne sile \mathbf{u} .

Rešenje problema minimuma funkcionala (12) za uslov (11), kao što se lako može pokazati [1], jeste *aktivna sila*:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (13)$$

U tzv. *zakonu upravljanja* (13) javlja se matrica \mathbf{P} dobijena rešavanjem Rikatieve (Riccati) algebarske matricne jednačine:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (14)$$

Aktivna sila u kablju okvira, odnosno zakon upravljanja u povratnoj sprezi, traži se u obliku *linearne veze*:

$$u(t) = k_1\dot{v}(t) + k_2v(t) \quad (15)$$

gde su koeficijenti k_1 i k_2 takvi da minimalan bude funkcional:

$$I^*(u) = \int_0^{\infty} \left[\frac{1}{2}k\dot{v}^2 + \frac{\beta}{2}k\left(\frac{u}{k}\right)^2 \right] dt \quad (16)$$

u kome su: k – krutost okvira, β – težinski koeficijent.

U izrazu pod integralom (16), prvi član odgovara unutrašnjoj energiji deformacije konstrukcije potrebnoj za smanjivanje pomeranja, odnosno tzv. *efikasnosti upravljanja*, a drugi član odgovara spoljašnjoj energiji potrebnoj za aktivnu silu, odnosno tzv. *potrošnji energije za upravljanje*.

Funkcional (16), uveden u ovom radu, može da se napiše u drugom obliku:

$$I^*(u) = \frac{1}{2k} I(u) \quad (17)$$

gde je usvojen **novi** funkcional:

$$I(u) = \int_0^{\infty} \left[k^2\dot{v}^2 + \beta u^2 \right] dt \quad (18)$$

Novi funkcional (18) pogodniji je da se koristi kao integralni kvadratni kriterijum, nego funkcional (16). Poređenjem funkcionala (12) i (18) nalaze se veze:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k^2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = [\beta]; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ v \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u} = [u] \quad (19)$$

U radu [3], vredi napomenuti, *pomeranje* kabla traži se u obliku linearne veze (15), te se predlaže kriterijum različit od funkcionala (16), odnosno funkcionala (18).

Integralni kvadratni kriterijum (18), koji predstavlja novinu ovog rada, sadrži dva delimična (tzv. *parcijalna*) cilja. Dodeljivanjem vrednosti težinskom koeficijentu (β) uspostavlja se kompromis između veličine dopuštenog pomeranja (v) i, s druge strane, veličine potrebne aktivne sile (u). Ako se β povećava, aktivna sila se smanjuje, a pomeranje se povećava. Ako se β smanjuje, važi obrnuto. Za $\beta = \infty$ dobija se okvir bez upravljanja.

Određivanje koeficijenta k_1 i k_2 u izrazu (15) je standardni zadatak u teoriji linearnog optimalnog upravljanja [1]. Iz izraza (15), (18), (19) i (14) se, kao optimalna pojačanja u povratnoj sprezi, dobijaju *optimalni koeficijenti*:

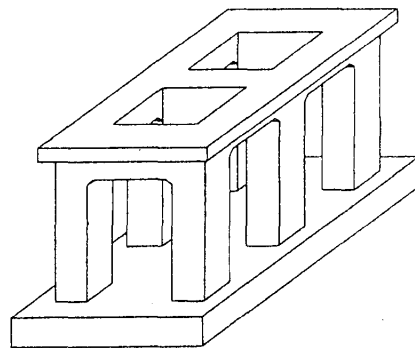
$$k_1 = \frac{2m^{-1}\cos\theta}{\beta} p_{11}; \quad k_2 = \frac{2m^{-1}\cos\theta}{\beta} p_{12} \quad (20)$$

gde su p_{11} i p_{12} elementi prve vrste kvadratne matrice \mathbf{P} drugog reda, koja zadovoljava Rikatievu jednačinu (14).

6. TEMELJ SA OKVIRIMA

Temelji mašina najviše se izvode od betona. Često se, pored masivnih i sandučastih temelja, primenjuju temelji sa okvirima, tzv. ramovski temelji (od nemačkog: der Rahmen – okvir). Temelji sa okvirima koriste se za turbogeneratore ili druge turbomašine, jer omogućavaju kako uštedu betona, tako i lakše opsluživanje mašina [13].

Posmatra se jedan tipičan *temelj sa okvirima* (slika 4), koji se, zbog svog izgleda, često naziva *turbosto*. Prostornu monolitnu skeletnu konstrukciju ovakvog temelja čine: gornja ošupljena ploča, poprečni i podužni okviri, kao i temeljna ploča. Osnovno dinamičko opterećenje potiče od mašina. Kao izuzetno dinamičko opterećenje može da se javi zemljotres.



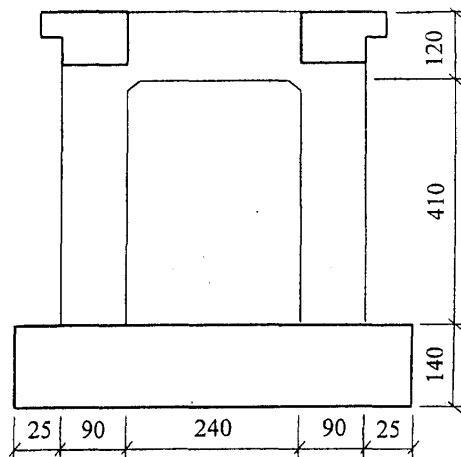
Slika 4. Betonski temelj sa okvirima

Neka u poprečnom pravcu temelja sa okvirima (slika 4) dejstvuje horizontalno dinamičko pomeranje osnove, kakvo se u stvarnosti javlja pri zemljotresu, a na fizičkom modelu temelja postiže se na vibracionom stolu. Ako se svaki poprečni okvir temelja dijagonalno ukruti sa ukrštenim aktivnim prednapregnutim kablovima, pomoću aktivnog upravljanja mogu da se smanje vibracije temelja usled pomeranja osnove.

7. NUMERIČKI PRIMER UPRAVLJANJA OKVIROM

7.1. Betonski okvir

Iz betonskog temelja sa okvirima (slika 4), za koji su dimenzije i oprema pretpostavljeni, a koji je izložen dinamičkom pomeranju osnove u poprečnom pravcu, izdvojen je srednji poprečni okvir (slika 5), zajedno sa pripadajućim delovima ploča i podužnih greda. Okviru su

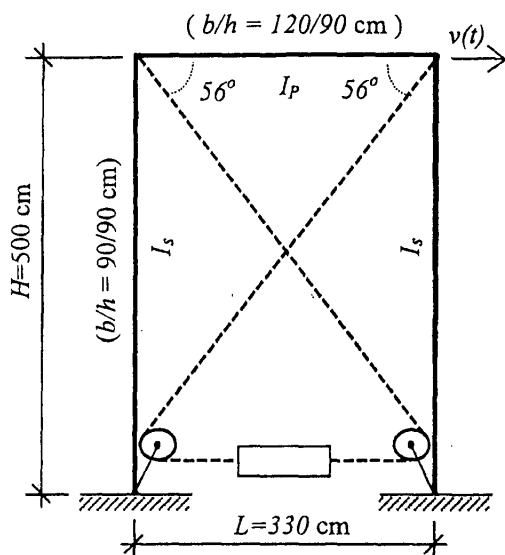


Slika 5. Poprečni okvir temelja [cm]

dotati aktivni prednapregnuti kablovi sa sistemom upravljanja. Cilj je da se aktivnim upravljanjem smanje vibracije prečke okvira.

7.2. Dinamički model okvira

Geometrija okvira (slika 6) je zadata. Okvir je tretiran kao sistem sa jednim stepenom i određene su dinamičke karakteristike okvira (tabela 1).



Slika 6. Geometrija okvira

Tabela 1. Parametri dinamičkog modela okvira

| PARAMETAR | Vrednost | Jedinica |
|-------------------------------|------------------|-------------------------|
| Masa | $m = 550/9,81$ | kNs^2/m |
| Koeficijent prigušenja | $\zeta = 0,01$ | - |
| Krutost okvira | $k = 277960$ | kN/m |
| Ugao nagiba kabla | $\theta = 56$ | ($^\circ$) |
| Sopstvena kruž. frekvencija | $\omega = 70,41$ | rad/s |
| Sopstveni period okvira | $T = 0,0892$ | s |
| Sopstvena linear. frekvencija | $f = 11,21$ | Hz |

Masa (m) okvira sa mašinom i koeficijent prigušenja (ζ) su usvojeni.

Bočna krutost (k) okvira sračunata je prema poznatom [2] izrazu:

$$k = \frac{12 EI_s}{H^3} \cdot \frac{6\alpha + 1}{3\alpha + 2}, \quad \alpha = \frac{I_p}{I_s} \frac{H}{L} \quad (21)$$

gde su: E – modul elastičnosti betona, I_p/I_s – moment inercije prečke/stuba, H/L – visina/raspon okvira. Podaci su: $E = 30000000 \text{ kN/m}^2$; $I_p = 0,12962 \text{ m}^4$; $I_s = 0,054675 \text{ m}^4$; $\alpha = 1,7652$; $H = 5,00 \text{ m}$; $L = 3,30 \text{ m}$.

Iz sopstvene kružne frekvencije (ω), date izrazom (3), dobijeni su sopstveni period ($T = 2\pi/\omega$) i sopstvena linearna frekvencija ($f = 1/T$).

Vibracije okvira opisane su diferencijalnom jednačinom kretanja (1), a pretpostavljani su homogeni ($v_0 = \dot{v}_0 = 0$) početni uslovi (2). Odgovarajuća diferencijal-

na jednačina stanja (6) i početni uslov (8) sadrže matrice (\mathbf{x} , \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{G}) određene izrazima (5) i (7).

7.3. Algoritam upravljanja okvirom

Za usvojen dinamički model betonskog okvira (tabela 1), algoritam upravljanja projektovan je primenom integralnog kvadratnog kriterijuma (12) za uslov (11).

Pri zadatom ubrzanju osnove $\dot{v}_g(t)$, na osnovu merenih vrednosti pomeranja $v(t)$ i brzine $\dot{v}(t)$, algoritam upravljanja zadaje aktivnu silu $u(t)$ u kablovima po linearnom zakonu (15), gde su koeficijenti k_1 i k_2 takvi da novi funkcional (18) bude minimalan za uslov (11).

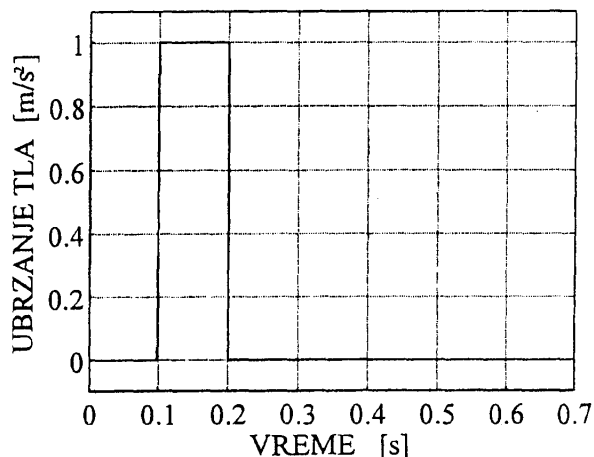
Za usvojen težinski koeficijent β , kada se matrice \mathbf{Q} i \mathbf{R} odrede prema izrazu (19) i rešavanjem Rikatieve algebarske jednačine (14) nađe kvadratna matrica \mathbf{P} u čijoj su prvoj vrsti elementi p_{11} i p_{12} , optimalni koeficijenti k_1 i k_2 dobijaju se iz izraza (20). Veće β daje manju aktivnu silu $u(t)$ i veće pomeranje $v(t)$, manje β daje obrnuto, a $\beta = \infty$ anulira aktivnu silu.

Kako optimalni koeficijenti k_1 i k_2 zavise samo od dinamičkih karakteristika sistema (tabela 1) i usvojenog težinskog koeficijenta β , a ne zavise od zadatog ubrzanja osnove \dot{v}_g , isti optimalni koeficijenti važe za razna ubrzanja $\dot{v}_g(t)$.

Za dva usvojena ubrzanja osnove, osnovni rezultati sprovedene numeričke analize aktivnog upravljanja okvirom prikazani su u sledećem.

7.4. Ubrzanje impulsom

Prvo ubrzanje osnove okvira je pravougaoni impuls (slika 7), čiji intenzitet je približno jednak desetini ubrzanja zemljine teže ($\dot{v}_g = 1 \text{ m/s}^2 \approx 0,1 g$), a trajanje kratko ($t_g = 0,1 \text{ sec}$).

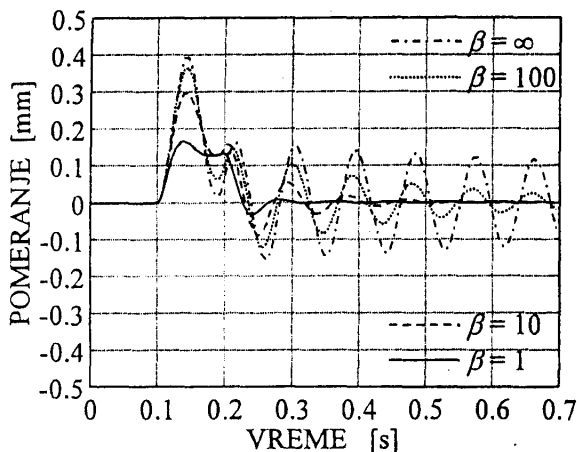


Slika 7. Impuls ubrzanja oslonaca

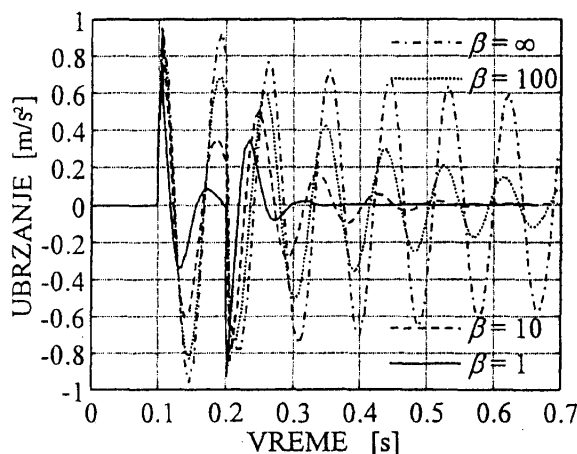
Odgovor okvira na pobudu impulsom, poznat u teoriji sistema kao tzv. *impulsni odziv*, pruža mogućnost da se nasluti uticaj drugih vrsta pobuda.

7.4.1. Istorije odgovora i aktivne sile

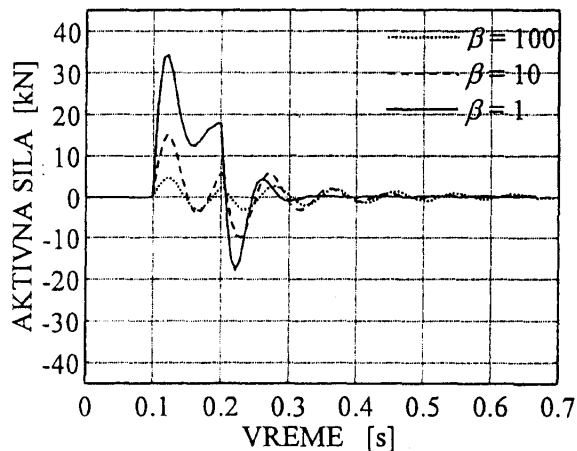
Na slikama 8, 9 i 10, respektivno, prikazane su istorije pomeranja, ubrzanja i aktivne sile, respektivno. Pri tome su ispitana četiri težinska koeficijenta β , tako da okvir sa upravljanjem ($\beta = 100; 10; 1$) može da se uporedi sa okvirom bez upravljanja ($\beta = \infty$).



Slika 8. Pomeranje usled impulsa



Slika 9. Ubrzanje usled impulsa



Slika 10. Aktivna sila za impuls

Uporedne istorije pomeranja (slika 8), odnosno ubrzanja (slika 9), pokazuju jasno da su manja pomeranja, odnosno ubrzanja, okvira sa upravljanjem, nego okvira bez upravljanja. Takođe, istorije pomeranja (slika 8) pokazuju da kraće traju prolazne vibracije okvira sa upravljanjem, nego okvira bez upravljanja. (Kod okvira bez upravljanja prolazne vibracije traju i posle vremenskog intervala [0 ÷ 0,7 sec] prikazanog na slici 8).

Uporedne istorije aktivne sile (slika 10) u kablovima okvira sa upravljanjem pokazuju da, kada maksimalna

aktivna sila raste, tada je istovremeno potrebna i brža promena ove sile.

7.4.2. Uticaj težinskog koeficijenta

U tabeli 2, za svaki od četiri težinska koeficijenta β , date su maksimalne vrednosti pomeranja $v_{max}(t)$, ubrzanja $\dot{v}_{max}(t)$ i aktivne sile $u_{max}(t)$. Pri tome, u tabeli (2) ispod svakog maksimuma dato je vreme kada se taj maksimum javlja, a date su i odgovarajuće vrednosti optimalnih koeficijenata (k_1, k_2) u izrazu (15).

Dobijene maksimalne vrednosti pomeranja i aktivne sile (tabela 2) su kvalitativno saglasne sa prethodnom teorijskom diskusijom, jer kada težinski koeficijent β opada, tada maksimalno pomeranje opada, a potrebna maksimalna aktivna sila raste.

Tabela 2. Ubrzanje impulsom i uticaj težinskog koeficijenta β

| $\beta =$ | ∞ | 100 | 10 | 1 |
|-------------------------------------|----------|--------|--------|--------|
| v_{max} [mm] | 0,3927 | 0,3642 | 0,2980 | 0,1665 |
| t [s] | 0,1475 | 0,1475 | 0,1409 | 0,1425 |
| \dot{v}_{max} [m/s ²] | 0,9647 | 0,9439 | 0,8926 | 0,7595 |
| t [s] | 0,1049 | 0,1049 | 0,1049 | 0,1049 |
| u_{max} [kN] | 0 | 4,550 | 14,846 | 34,220 |
| t [s] | - | 0,1212 | 0,1212 | 0,1229 |
| $k_1/10^3$ | 0 | 0,3298 | 1,1613 | 3,4608 |
| $k_2/10^4$ | 0 | 0,1549 | 1,5086 | 12,435 |

7.4.3. Parametarska analiza težinskog koeficijenta

Dejstvo aktivne sile odgovara promeni sopstvene frekvencije i prigušenja okvira. Naime, kada se u jednačini kretanja (4) okvira sa upravljanjem smeni aktivna sila (15), dobija se jednačina kretanja okvira bez upravljanja:

$$\ddot{v} + 2\zeta_{\beta}\omega_{\beta}\dot{v} + \omega_{\beta}^2v = -\dot{v}_g(t) \quad (22)$$

gde sopstvena frekvencija $\omega_{\beta} = \omega_{\beta}[k_2(\beta)]$ i koeficijent prigušenja $\zeta_{\beta} = \zeta_{\beta}[k_1(\beta), k_2(\beta)]$ definisani su izrazima:

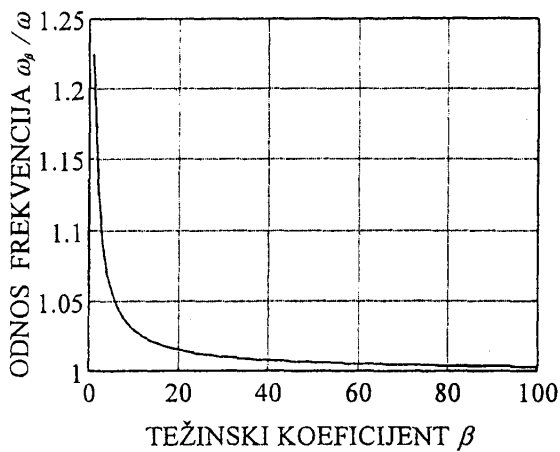
$$\omega_{\beta}^2 = \omega^2 + 2k_2m^{-1}\cos\theta \quad (23)$$

$$\zeta_{\beta}\omega_{\beta} = \zeta\omega + k_1m^{-1}\cos\theta \quad (24)$$

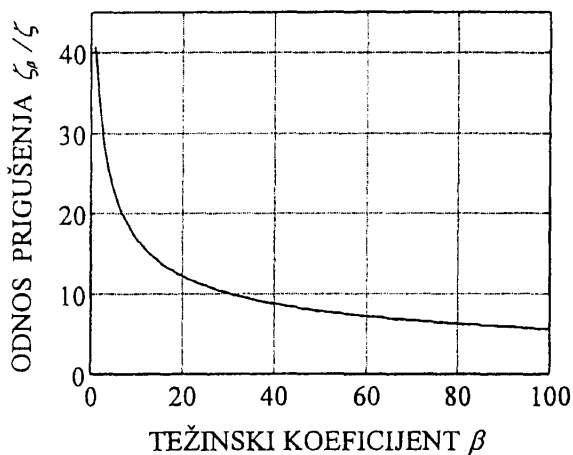
U jednačini (22) nema aktivne sile ($u = 0$), već se, preko povratne sprege (koeficijenata k_1, k_2), aktivno menjaju sopstvena frekvencija (ω_{β}) i koeficijent prigušenja (ζ_{β}) okvira. Može se, zato, reći da jednačina kretanja (22) sadrži: *aktivnu* sopstvenu frekvenciju (ω_{β}) i *aktivni* koeficijent prigušenja (ζ_{β}).

Da bi se odredio uticaj težinskog koeficijenta (β) na sopstvenu frekvenciju (ω_{β}) i prigušenje (ζ_{β}), varirane su vrednosti β . Za svako β : rešena je Rikatieva jednačina (14), određeni su optimalni koeficijenti (20), pa zatim sračunati ω_{β} i ζ_{β} . Rezultati ove parametarske analize su grafički prikazani (slike 11 i 12).

Na slici 11 prikazan je uticaj težinskog koeficijenta (β) na odnos sopstvene frekvencije sa upravljanjem (ω_{β}) i bez upravljanja (ω), a na slici 12 uticaj težinskog koeficijenta (β) na odnos koeficijenta prigušenja sa upravljanjem (ζ_{β}) i bez upravljanja (ζ).



Slika 11. Uticaj koeficijenta β na sopstvenu frekvenciju ω

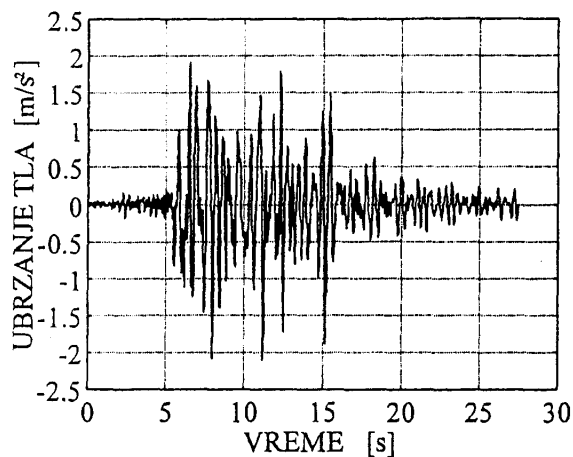


Slika 12. Uticaj koeficijenta β na prigušenje ζ

Sa slike 11 se vidi da je uticaj koeficijenta β na odnos sopstvenih frekvencija (ω_{β}/ω) neznatan, a sa slike 12 da je uticaj koeficijenta β na odnos koeficijenata prigušenja (ζ_{β}/ζ) znatan.

7.5. Ubrzanje zemljotresom

Drugo ubrzanje osnove okvira je *akcelerogram zemljotresa "Petrovac"* (slika 13), koji je registrovan 15. aprila 1979. u Crnoj Gori. Ovaj zemljotres ima najveći intenzitet oko 0,2g, a trajao je dugo (28 sekundi).



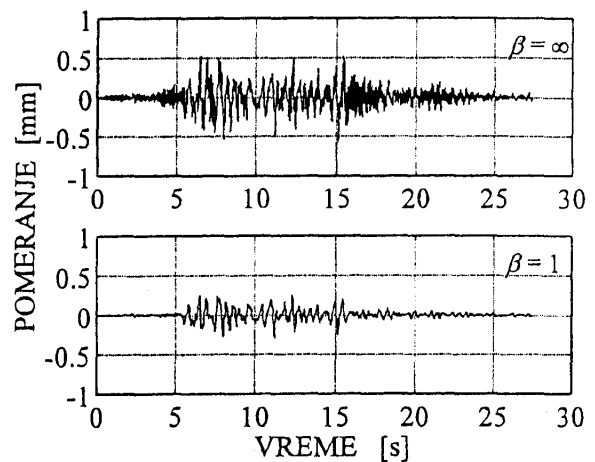
Slika 13. Akcelerator zemljotresa "Petrovac-1979"

7.5.1. Istorije odgovora i aktivne sile

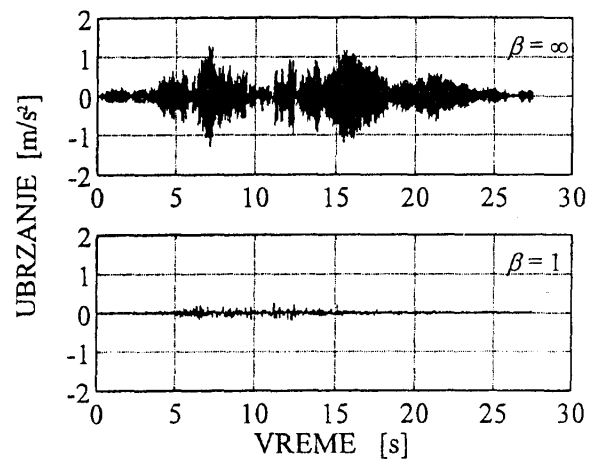
Na slikama 14, 15 i 16, redom, prikazane su istorije pomeranja, ubrzanja i aktivne sile, redom. Pri tome su ispitana dva tezinjska koeficijenta β , radi poređenja okvira sa upravljanjem ($\beta = 1$) i bez upravljanja ($\beta = \infty$).

Uporedne istorije pomeranja (slika 14), odnosno ubrzanja (slika 15), pokazuju da su manja pomeranja, odnosno ubrzanja, okvira sa upravljanjem, nego okvira bez upravljanja.

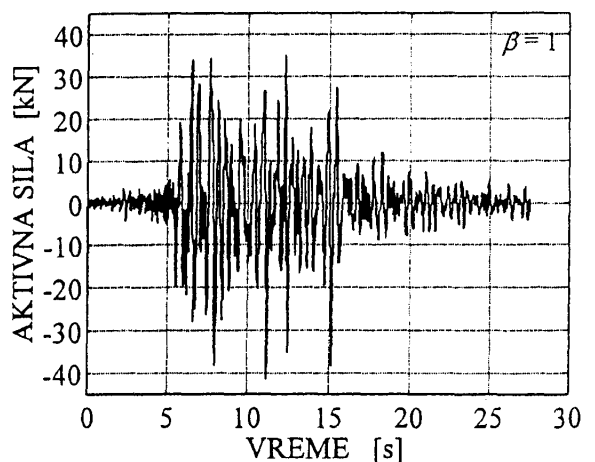
Istorija aktivne sile (slika 16) pokazuje promenu i veličinu potrebne sile u kablovima okvira sa upravljanjem.



Slika 14. Pomeranje usled zemljotresa



Slika 15. Ubrzanje usled zemljotresa



Slika 16. Aktivna sila za zemljotres

7.5.2. Uticaj težinskog koeficijenta

U tabeli 3, za svaki od dva težinska koeficijenta β , dati su v_{max} , \dot{v}_{max} i u_{max} , zajedno sa vremenima maksimuma, kao i odgovarajući optimalni koeficijenti (k_1 , k_2) u izrazu (15).

Tabela 3. Akcelerogram zemljotresa i uticaj težinskog koeficijenta β

| $\beta =$ | ∞ | 1 |
|--|-------------------|-------------------|
| v_{max} [mm] t [s] | -0,5642 15,168 | -0,2808 11,190 |
| \dot{v}_{max} [m/s ²] t [s] | -1,2891 7,1074 | 0,2719 11,197 |
| u_{max} [kN] t [s] | 0 - | -41,229 11,177 |
| $k_1/10^3$ $k_2/10^4$ | 0 0 | 3,4608 12,435 |

Dobijene maksimalne vrednosti (tabela 3) pokazuju da kada težinski koeficijent β opada, tada maksimalno pomeranje opada, a potrebna maksimalna aktivna sila raste.

8. ZAKLJUČAK

Teorijski je, uvođenjem novog kriterijuma (18), formulisani problem aktivnog optimalnog upravljanja prizemnim okvirom pri dinamičkom pomeranju oslonaca. Izložena teorija primenjena je na numeričkom primeru upravljanja vibracijama betonskog okvira, usled dva slučaja ubrzanja osnove.

Sračunate istorije pomeranja prečke okvira i potrebne aktivne sile u kablovima pokazuju, kako kvalitativno tako i kvantitativno, da primenom aktivnog upravljanja mogu znatno da se smanje vibracije okvira usled dinamičkog pomeranja osnove.

Kod okvira sa upravljanjem uticaj težinskog koeficijenta optimizacije na koeficijent prigušenja je znatan, a na sopstvenu frekvenciju neznatan.

Teoriju upravljanja sistemom sa jednim stepenom slobode, koja je izložena u ovom radu, nije teško proširiti na sisteme sa više stepeni slobode. Aktivno upravljanje vibracijama višespratnog okvira, na primer, može da bude predmet daljeg istraživanja.

LITERATURA

- [1] Barnett, S., Introduction to Mathematical Control Theory, Clarendon Press, Oxford, 1975.
- [2] Beton-Kalender 1979, Taschenbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau sowie die verwandten Fächer, 68. Jahrgang, Teil I, Ernst, Berlin, 1979.
- [3] Chung, L.L., Reinhorn, A.M., Soong, T.T., "Experiments on Active Control of Seismic Structures", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 114, No. 2, 1988, pp. 241-256.
- [4] Clough, R.W., Penzien, J., Dynamics of Structures, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [5] Domke, H., Backé, W., Meyr, H., Hirsch, G., Goffin, H., "Active Verformungskontrolle von Bauwerken", Bauingenieur, H. 56, 1981, s. 405-412.
- [6] Furundžić, S.B., "Primer tačnog rešenja prinudnih vibracija okvira", Izgradnja, god. 49, br. 7, 1995, str. 297-306.
- [7] Furundžić, S.B., "Sistemska pristup dinamici konstrukcija", Zbornik radova 14-og jugoslovenskog simpozijuma o operacionim istraživanjima, SYMOPIS'97, Beograd, 1997, str. 663-666.
- [8] Furundžić, S.B., Milutinović, D. Lj., "Aktivno upravljanje deformacijom okvira", Zbornik radova 15-og jugoslovenskog simpozijuma o operacionim istraživanjima, SYMOPIS'98, Beograd, 1998, str. 611-614.
- [9] Furundžić, S.B., Milutinović, D.Lj., "Frame Active Control", Proceedings of the 15th ECPD International Conference on Material Handling and Warehousing, Belgrade, 1998, pp. 4.53-4.57.
- [10] Milutinović, D., "Upotreba prognoze u upravljanju vodosistemima", Zbornik radova 14-og jugoslovenskog simpozijuma o operacionim istraživanjima, SYMOPIS'97, Beograd, 1997, str. 825-828.
- [11] Milutinović, D.Lj., Furundžić, S.B., "Primer upravljanja deformacijom okvira", Zbornik radova 15-og jugoslovenskog simpozijuma o operacionim istraživanjima, SYMOPIS'98, Beograd, 1998, str. 635-638.
- [12] Milutinović, D.Lj., Furundžić, S.B., "Active Structural Control of Frame Seismic Vibrations", Proceedings of the 16th IAARC/IAFC/IEEE International Symposium on Automation and Robotics in Construction, ISARC'99, Madrid, 1999, pp. 631-636.
- [13] Savinov, O.A., Sovremenn'ie konstrukcii fundamentov pod mashin'i i ih raschet, Izdanie 2-e, Stroizdat, Leningrad, 1979.
- [14] Spencer, B.F., Sain, M.K., "Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback", Control Systems, IEEE, Vol. 17, No. 6, 1997, pp. 19-35.
- [15] Yao, J.T.P., "Concept of Structural Control", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST7, 1972, pp. 1567-1574.